www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail

PROBABILITÉS ET STATISTIQUES MATHÉMATIQUES

DURÉE : 1 h 30

(Option biochimie - biologie)

N.B. — *Les candidats sont priés :*

1° *D'écrire très lisiblement, de soigner la rédaction et la présentation matérielle. Il convient de numéroter les diverses questions en les séparant très nettement,* de respecter les notations de l'énoncé.

2° *De donner les explications nécessaires et suffisantes en faisant figurer sur la copie tous les calculs intermédiaires.*

3° *De donner les résultats encadrés.*

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

Un constructeur aéronautique propose à sa clientèle quatre types d'avions : un bimoteur, un trimoteur, un quadrimoteur modèle α et un quadrimoteur modèle β, et deux types de moteurs : moteur A et moteur B.

Le moteur A est installé sur les bimoteurs et les quadrimoteurs modèle α. Le moteur central du trimoteur est du type B et les moteurs d'aile de type A. Le moteur B équipe les modèle β.

I

A. Chacun des moteurs d'un avion peut tomber en panne indépendamment des autres avec la probabilité q, $0 < q < 1$, pour le moteur du type A et la probabilité q', $0 < q < 1$ pour le moteur de type B.

1° Le trimoteur peut poursuivre son vol si le moteur central ou les deux moteurs sur les ailes sont en état de marche.

Quelle est la probabilité que l'avion ne puisse terminer son vol ?

2° Un bimoteur ou un quadrimoteur modèle α reste en vol si au moins la moitié de ses moteurs fonctionnent.

Montrer que les bimoteurs sont plus sûrs que les quadrimoteurs α si $\frac{1}{3} < q < 1$.

3° Un quadrimoteur modèle β se maintient en vol si au moins deux moteurs placés symétriquement sont en état de marche.

On note par u la probabilité qu'un modèle β termine son vol. Déterminer les valeurs de q' pour que $u > 0{,}99$.

B. On suppose que si un moteur B ne tombe pas en panne après un vol, alors la probabilité qu'il ne tombe pas en panne pendant le vol suivant vaut 0,9. Par contre, s'il tombe en panne après un vol, la probabilité qu'il ne tombe pas en panne (après révision) pendant le vol suivant vaut 0,95. On note par p_n la probabilité que le moteur ne tombe pas en panne pendant le $n^{\text{ième}}$ vol.

a. Montrer que $p_n = -0{,}05\, p_{n-1} + 0{,}95$ pour $n > 1$.

b. Exprimer p_n en fonction de n et p_1 (on pourra étudier la suite v définie par $v_n = p_n - \gamma$ $(n > 1)$ où γ vérifie la relation $\gamma = -0{,}05\, \gamma + 0{,}95$).

c. Que peut-on conclure lorsque n devient grand ?

II

L'avionneur teste un nouveau moteur C. Pour cela, il fait marcher m moteurs identiques numérotés de 1 à m, $m \geqslant 3$. L'expérience s'arrête lorsque tous les moteurs sont tombés en panne. On suppose que chacun des moteurs tombe en panne indépendamment des autres et que deux moteurs ne peuvent tomber en panne simultanément. L'avionneur s'intéresse aux moteurs numérotés 1, 2, 3.

1° Quelle est la probabilité que les moteurs 1, 2, 3 tombent consécutivement en panne et dans cet ordre ?

2° Quelle est la probabilité que les moteurs 1, 2, 3 tombent en panne dans cet ordre (on n'exige plus que ce soit de manière consécutive) ?

3° On note par X la variable aléatoire indiquant le nombre de moteurs en panne juste après que le dernier des trois moteurs 1, 2, 3 soit tombé en panne.

Donner la loi de X et son espérance.

(On pourra utiliser les formules : $1 + 2 + 3 + \ldots + n = \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$;

$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$; $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.)

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail